Объявляется набор в магистратуру
в 2021г.

По направлению:
12.04.01 Приборостроение
Направленность (профиль) программы:
(Технологии цифрового города)

Все вопросы по почте:
ankravets@mail.ru

КАФЕДРА
РАДИОПРИЕМНЫХ УСТРОЙСТВ
И ТЕЛЕВИДЕНИЯ

РТФ

Лабораторный практикум

по курсу

Прикладная информатика

Таганрог 2006

УДК 681.3Х5(076,5)

Лучинин А.В., Кравец А.В. Лабораторный практикум по курсу «Прикладная информатика». Часть 1. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2006. – 44 с.

В данном пособии изложено краткое описание лабораторных работ, предназначенных для освоения автоматизированных методов синтеза радиотехнических сигналов и обработки экспериментальных данных. Приведены краткие теоретические сведения и примеры, домашние и лабораторные задания, методические указания по выполнению лабораторных заданий. Приведен перечень контрольных вопросов по теоретическому материалу к каждой работе и библиографический список. Лабораторные работы соответствуют программам курса «Прикладная информатика» для студентов специальности «Радиотехника» всех форм обучения.

Ил. 25. Библиогр.: 4 назв.

Рецензент Лобач В. Т., профессор кафедры РТС ТРТУ.

ВВЕДЕНИЕ

Сегодня не часто вспоминают о том, что компьютеры были созданы в первую очередь для проведения научно-технических расчетов. До сих пор научные и инженерные расчеты остаются одной из важнейших, хотя, пожалуй, и не самой бросающейся в глаза сфер приложения компьютеров. За многие годы накоплены обширные библиотеки научных и учебных подпрограмм, предназначенных для решения типовых задач (задачи линейной алгебры, интегрирование, решение дифференциальных уравнений, задачи обработки сигналов, аппроксимации и т.д.). Кроме того, имеется целый ряд различных математических пакетов, реализующих разнообразные численные методы, а также способных производить *аналитические* математические преобразования. Пожалуй, наиболее известными сегодня являются следующие пакеты: Mathematics, Maple, Matlab, Mathcad.

Характерной особенностью пакета Mathcad является использование привычных стандартных математических обозначений, то есть документ на экране выглядит точно так же, как обычный математический расчет. Для использования пакета не требуется изучать какую-либо систему команд. Пакет ориентирован в первую очередь на проведение численных расчетов, но имеет встроенный символический процессор Maple, что позволяет выполнять аналитические преобразования. В нем предусмотрена также возможность создавать связки документов Mathcad с документами Matlab и другими пакетами.

Простота освоения пакета Mathcad, дружественный интерфейс, относительная непритязательность к возможностям компьютера явились главными причинами того, что именно этот пакет был выбран для обучения студентов радиотехнических специальностей прикладным математическим методам [1-4].

Лабораторная работа №1

Основы работы с вычислительной системой Mathcad

1. Цель работы

Ознакомление с интерфейсом Mathcad, основными принципами работы с Mathcad, панелями инструментов и справочной системой. Отработка техники ввода формул и таблиц и правил проведения простых вычислений. Работа с ранжированными и размерными переменными

2. Общие сведения

Непосредственно после запуска пакета на экране видна неименованная рабочая область с панелями инструментов и форматирования и строкой меню. Активными обычно являются три панели: **Математика (Math), Стандарт (Standard) и Форматирование (Formatting).** Последние две панели аналогичны соответствующим панелям, например, **Word** и **Excel** (см. рис. 1). Если на экране нет панели

Математика, то нужно нажать кнопку **Вид (View)** и затем выбрать опцию **Инструментальные панели (Toolbars)** и активизировать панель (т.е. поставить галочку в соответствующем квадрате). Вид и назначение кнопок панели **Математика** представлены на рис. 2.

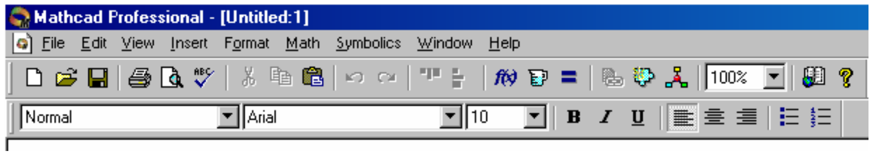


Рис.1.Внешний вид верхней части окна Mathcad

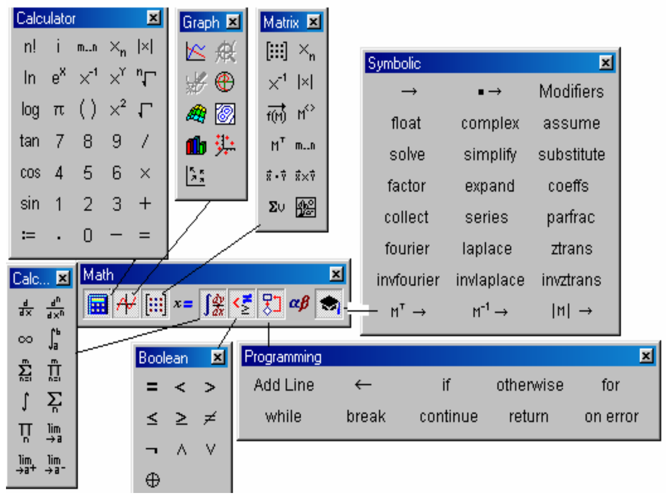


Рис. 2. Панель **Математика** и назначение кнопок «Арифметические действия»,«Графики», «Матричные операции», «Операторы математического анализа», «Булевы операторы», «Программирование», «Символьные операторы»

Первоначальный ввод объекта (формулы, матрицы) осуществляется с помощью оператора **:=**, а визуализация уже введенного объекта выполняется с помощью обычного знака равенства. Несмотря на внешнее сходство, действие этих операторов совершенно различно. Оператор **:=** употребляется для определения переменной или функции, Знак = выводит *уже определенное ранее значение*. В последних версиях Mathcad, если ошибочно напечатать знак равенства без двоеточия для неопределенного ранее выражения, то система автоматически исправит его на знак с двоеточием.

Особенностью Mathcad является то, что система «видит» только те выражения, которые находятся ниже и правее текущего выражения. Исправить этот «недостаток» можно использованием оператора глобального присваивания ≡. Если во введенном выражении содержится переменная, которая не определена или которую система «не видит», то эта переменная выделяется красным цветом.

Введенные формулы и другие выражения, включая графики, можно перемещать в любое место документа при нажатой левой клавише мыши.

Вычисления в Mathcad производятся автоматически по всему документу (если не отключена опция Math/Automatic calculation) при загрузке файла или при изменении формул. Если система занята вычислениями, то на экране появляется мигающая лампочка, а в области, которая вычисляется в данный момент, появляется зеленая рамка. Для того, чтобы сделать часть документа закрытой для вычислений (например, если в нем содержится несколько самостоятельных программ и в данный момент нужна только часть из них), следует выделить уравнение, вычисление которого нежелательно, щелкнуть правой кнопкой мыши и выбрать опцию **Disable Evaluation** (непосредственно, или выбрать опцию **Properties**). Если вместо уравнения выбрать область графика, график перестанет изменяться при изменении внешних параметров. Чтобы снять запрет на вычисления, следует выбрать опцию **Enable Evaluation**.

Часто необходимо вставлять в программу подписи, комментарии и т.д. (например, для оформления отчетов по лабораторным работам, курсовым и дипломным проектам). Они помещаются в текстовую область. Чтобы вставить текст, необходимо выбрать опцию **Isert/Text Region** или ввести символ «”». Если нужно вставить русский текст, то после открытия текстовой области в меню **Format** следует выбрать опцию **Text** и указать соответствующий шрифт, например **Ariel Cyr**.

Очень удобным свойством Mathcad для обработки больших массивов данных является возможность ввода таблиц, причем непосредственно на экране может отображаться только часть таблицы. Для вставки таблицы необходимо выбрать опцию **Component** меню **Insert**, а затем выбрать опцию **Input Table**. При необходимости можно добавлять строки (столбцы) или удалять уже введенные. Для этого нужно выделить ячейку в соответствующей строке (столбце), щелкнуть правой кнопкой мыши и выбрать соответствующую команду.

Важной особенностью Mathcad является удобство работы с ранжированными переменными (например, для построения таблиц функций и графиков), которые задаются по формату: «начальное значение», «начальное значение + шаг» … «конечное значение». Например, требуется задать дискретные значения аргумента $x \in \{-10, 10\}$ с шагом 0.01. Для этого следует ввести с клавиатуры x:= -10, -9.99; 10 и щелкнуть вне поля ввода.

Интересной особенностью Mathcad является также возможность работы с размерными переменными. Чтобы вставить размерность величины, следует выбрать имя переменной, ввести ее значение и вставить знак умножения. Затем в меню Вставить (Insert) выбрать опцию Единицы измерения (Units) и в открывшемся диалоговом окне выбрать соответствующую единицу. Следует обращать внимание на различные предлагаемые варианты. Так, ускорение можно измерять в (m/s^2) или в единицах ускорения свободного падения g. При этом система «знает» значение и размерность символа g.

3.Лабораторное задание

3.1. Ввести тремя способами тригонометрические функции (с клавиатуры, с помощью кнопки «Арифметические действия» панели **Математика** и кнопки f(x)), рассчитать:

$$\sin(\pi/6),\ \mathrm{asin}(.5),\ \tan(\pi/4),\ \mathrm{atan}(1)$$

$$v(n) := \frac{4^n}{n!},$$

Пользуясь клавишами «↑», «↓», «←», «→», «Spase», «Backspase» и «Del» изменить аргумент синуса на 0.05 и найти его новое значение.

Пользуясь опцией «**Units**», задать аргумент тангенса в градусах и сравнить полученные значения.

3.2. Произвести простейшие вычисления:

$$\int_0^{\infty} e^{-x}\,dx, \quad \sum_{n=1}^{100} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin\left(\frac{2}{2n^2+1}\right), \quad \prod_{n=0}^{10} 2^n$$

3.3. Определить сходимость ряда

$v(n) := \dfrac{4^n}{n!},$ применив к нему признак Даламбера $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{v(n+1)}{v(n)}$

с помощью кнопки символьного вывода результата «→».

3.4. Определить функцию f(x)=(x+1)/(x^2+1) и вычислить ее значение при x=1.2

3.5. Построить таблицу значений функции f(x) для $x \in \{0, 10\}$ с шагом 0.1.

3.6. Вставить в отчет о работе две таблицы размером 3x3 с ненулевым содержимым ячеек. В третьей таблице получить суммы квадратов синусов и косинусов соответствующих ячеек. Повторить эту операцию в автоматическом режиме вычислений, добавив к каждой таблице по одной строке и столбцу.

3.6. Ознакомиться со справочной системой и особенностями редактирования документов в системе Mathcad и оформить отчет по лабораторной работе.

Контрольные вопросы

1. Почему в названии «Mathcad» имеется окончание «cad»?
2. Укажите наиболее важные для вас возможности Mathcad.
3. Каков состав системы Mathcad?
4. Какие форматы вывода результатов вычислений применяются с системе Mathcad?
5. Укажите положение линий ввода при записи оператора «деление» в формуле для f(x) п. 3.4.
6. Сформируйте вектор на основе ранжированной переменной x:=0 … 10.
7. Как ввести текстовый блок с произвольной надписью на русском языке?
8. В чем особенность оператора «≡»?
9. Прокомментируйте содержание панели «Graph».
10. Прокомментируйте содержание панели «Calculus».
11. Прокомментируйте содержание панели «Programming».
12. Прокомментируйте содержание панели «Simbolic».

Лабораторная работа №2

Построение графиков в системе Mathcad

1. Цель работы

Освоить технику визуализации рядов данных и результатов радиотехнических расчетов, а также процедуры редактирования и форматирования графической информации в отчетных документах.

2. Общие сведения

В систему Mathcad встроено несколько различных типов графиков, которые можно разбить на две большие группы: двухмерные графики («декартовый» и «полярный») и трехмерные графики («график трехмерной поверхности», «график линий уровня», «трехмерная гистограмма», «трехмерное множество точек» и «векторное поле»).

Деление графиков на типы в некоторой степени условно, так как, управляя установками многочисленных параметров, можно создавать комбинации типов графиков, а также новые типы (например, двухмерная гистограмма распределения является разновидностью простого декартового графика).

Все графики создаются или путем выбора соответствующего элемента подменю **Insert/ Graf,** или (что предпочтительней) с помощью панели инструментов **Math/ Graf.**

Самый простой и наглядный способ получить декартов график – это сформировать два вектора данных, которые будут отложены вдоль осей x и y. Последовательность построения графика двух векторов x и y показана на рис. 2.1. В качестве переменных, откладываемых по любой из осей, можно использовать саму ранжированную переменную (Рис.2.2). При этом по другой оси должно быть отложено либо выражение, явно содержащее саму ранжированную переменную, либо элемент вектора с индексом по этой ранжированной переменной, но никак не сам вектор.

$$i := 0..15$$

$$x_i := i \cdot 0.5 \qquad y_i := x_i + \sin(x_i)$$

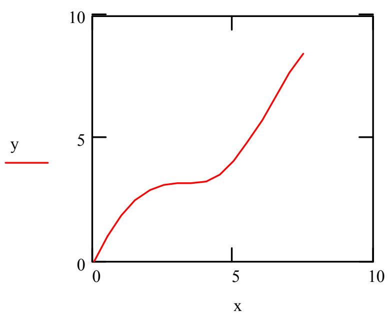


Рис.2.1. XY-график двух векторов

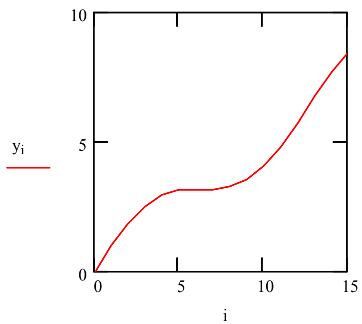


Рис.2.2. График вектора и ранжированной переменной

Также допускается откладывать по осям элементы векторов (параметрический способ построения графиков), т.е. вводить в местозаполнители возле осей имена x_i и y_i.

Нарисовать график любой скалярной функции f(x) можно двумя способами. Первый заключается в дискретизации значений функции, присвоении этих значений вектору и прорисовке графика вектора, как это показано на рис. 2.1. Второй, называемый *быстрым построением графика*, заключается во введении функции в один из местозаполнителей, а имени аргумента - в другой (рис.2.3)

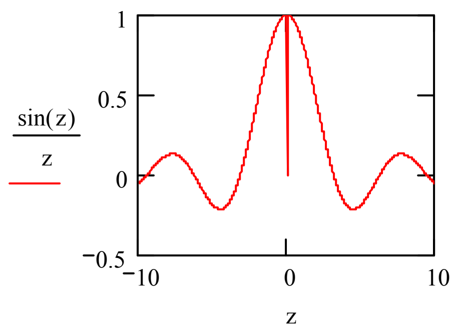


Рис. 2.3 Быстрое построение графика функции.

Необходимо помнить, что если переменной аргумента функции было присвоено некоторое значение до построения в документе графика, то вместо быстрого построения графика будет нарисована зависимость функции с учетом этого значения.

Чтобы построить на графике еще одну кривую (на одном графике может быть отложено до 16 различных зависимостей), нужно поместить линии ввода таким образом, чтобы они целиком захватывали выражение, стоящее в надписи координатной оси У, нажать клавишу «,» и ввести выражение для второй кривой. Если требуется отобразить на одном и том же графике зависимости *разных* аргументов, то для этого достаточно расставить по очереди метки всех зависимостей у обеих осей.

Вызов диалогового окна форматирования графика реализуется двойным щелчком мыши в области графика или выполнением команды **Format / Graf / X-Y Plot,** или выбором в контекстном меню команды **Format.** С помощью флажков и переключателей можно поменять внешний вид каждой из осей, ввести автоматическое масштабирование, логарифмический масштаб, показать линии сетки и маркеры (выделение значений на осях), создать заголовок графика, изменить комбинацию параметров линии (в том числе цвет и толщину) и точек для каждого из рядов данных. Например, можно создать несколько типов столбчатых графиков, подходящих для построения гистограмм. На рис. 2.4 показаны гистограммы плотности вероятностей 100 случайных величин, подчиняющихся нормальному распределению с параметрами μ (среднее) и σ (дисперсия). Для генерации нормального распределения использована опция **dnorm**(x, μ, σ).

В аналогичном порядке создаются полярные и трехмерные графики. Кроме того, система Mathcad позволяет просто изменять размеры и положение графиков, очень точно изучить строение графика с помощью режимов **Trace** «Трассировка» и **Zoom** «Электронная лупа».

$i := 0..100 \qquad x_i := i \cdot 0.25 - 5$

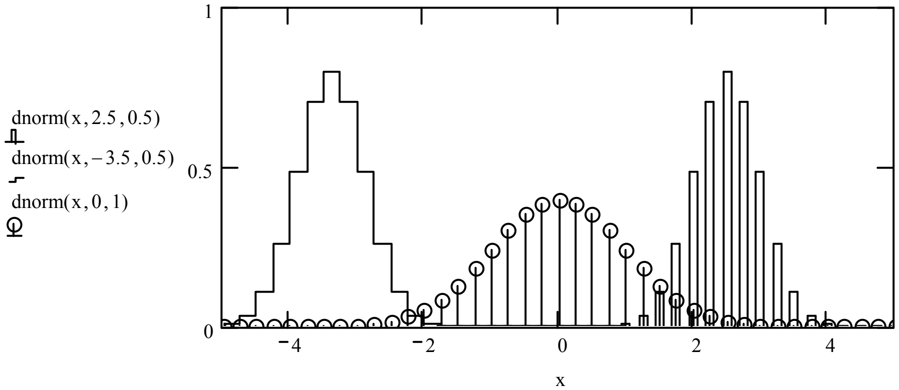


Рис.2.4. Столбчатые типы графиков

Особенностью трехмерных графиков является то, что их можно вращать, зафиксировав курсор на области графика и нажав левую кнопку мыши. Вращение можно сделать автоматическим, если при нажатой клавише **Shift** задать направление вращения курсором. Другой способ изменения ориентации графика – с помощью полей **Rotaion** (Вращение), **Tilt** (Наклон), **Twist** (Поворот) на вкладке **3-D Plot Format/General** (Форматирование 3-D графика / Общие).

Система позволяет также создавать анимационные ролики и сохранять их в видеофайлах [2,3].

3. Домашнее задание

3.1. Ознакомиться с особенностями построения двухмерных и трехмерных графиков в системе Mathcad.
3.2. Изучить возможности форматирования графиков в системе Mathcad.
3.3. Ознакомиться с возможностями оформления технической документации, содержащей текст, формулы и графики в системах Mathcad и Word.

4. Лабораторное задание

4.1. Воспроизвести графики, показанные на рис.2.4., с параметрами μ=0, а σ=0.2; 0.7; 2
4.2. Увеличить (уменьшить) области изменения зависимой и независимой переменной.
4.3. Сделать графики линейчатыми с разным цветом и толщиной линий.
4.4. Сформировать три отдельных графика с теми же данными и расположить их один под другим.
4.5. Ввести названия и подрисуночные подписи.
4.6. Построить графики функции x*sin(1/x) для x=-1..1 с шагом 0.05 и отдельно с шагом 0.001. Сравнить полученные графики. Для второго графика исследовать поведение функции в районе x=0 с помощью режима **Zoom.**
4.7. С помощью режима **Trace** найти графически корни уравнения

$$f(x) := 4\left(1 - x^2\right) - e^x$$

Вывести значения корней на свободное место отчета.

4.8. Построить полярный график

$$r := a \cdot \sin(2\phi) \qquad \text{при } a=3$$

4.9. Построить такой же график в декартовой системе координат, приняв

$$x := r \cdot \cos(\phi) \qquad y := r \cdot \sin(\phi)$$

Лабораторная работа №3

Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей

1. Цель работы

Исследовать методы приближения функциональных зависимостей, заданных таблично, когда число заданных точек этих зависимостей ограничено. Провести сравнительную оценку различных методов интерполяции, экстраполяции и аппроксимации.

2. Общие сведения

Аппроксимацией (приближением) функции f(x) называется нахождение такой функции g(x) (аппроксимирующей функции), которая была бы близка заданной. В том случае, когда приближение строится на дискретном наборе точек, аппроксимацию называют *точечной* или *дискретной*. В случае, когда аппроксимация проводится на непрерывном множестве точек (отрезке), аппроксимация называется *непрерывной* или *интегральной*. Наиболее часто встречающимся видом точечной аппроксимации является *интерполяция* [2,3].

Если некоторая зависимость y(x) представлена рядом табличных отсчетов y(x), то интерполяцией принято называть вычисление значений y(x) при заданном x, расположенном в интервале между отсчетами. За пределами общего интервала определения функции [a,b], то есть при $x < a$ и $x > b$, вычисление y(x) называют *экстраполяцией* (или иногда предсказанием значений функции). В данном случае речь идет об одномерной интерполяции, но возможны двухмерная интерполяция функций двух переменных z (x, y) и даже многомерная интерполяция для функций многих переменных.

В качестве функции g(x) обычно выбирается полином, который называется *интерполяционным полиномом.*

В том случае, когда полином един для всей области интерполяции, говорят, что интерполяция *глобальная.* В тех случаях, когда между различными узлами полиномы различны, говорят о *кусочной* или *локальной* интерполяции. При этом если узловые точки функции соединить отрезками прямых, то будем иметь многоинтервальную линейную интерполяцию данных. Если использовать отрезки параболы, то интерполяция будет параболической. Особое значение имеет многоинтервальная сплайн-интерполяция, области применения которой при проведении научно-технических расчетов уже сейчас весьма обширны и непрерывно расширяются [2,3].

В данной работе будем рассматривать такие виды аппроксимации, которые дают точные значения функции y(x) в узловых точках в пределах погрешности вычислений по умолчанию. Если аппроксимирующая зависимость выбирается из условия наименьшей среднеквадратической погрешности в узловых точках (метод наименьших квадратов), то мы имеем регрессию или приближение функций по методу наименьших квадратов (см. лаб. работу №4).

Полиномиальная интерполяция табличных данных

Если данные некоторой зависимости y(x) заданы векторами X и Y ее дискретных значений, то для получения интерполяционного степенного многочлена достаточно записать многочлен для всех N пар значений $y_i(x_i)$ при i=1...N (или i =0...N -1, если индексы отсчетов начинаются с нуля). Полученная при этом система линейных (относительно коэффициентов полинома) уравнений после решения дает коэффициенты аппроксимирующего полинома.

Пример такой аппроксимации для N-образной вольтамперной характеристики (ВАХ) туннельного диода приведен на рис.1.

Векторы x и y задают узловые точки (x,y)

$$x := \begin{pmatrix} 0 \\ 0.2 \\ 0.4 \\ 0.6 \\ 0.8 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad y := \begin{pmatrix} 0 \\ 52 \\ 23 \\ 2 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix}$$

Вычисление степени полинома

$$n := \mathrm{length}(x) - 1 \qquad n = 5$$

Формирование матрицы XI:

$$i := 0..n \qquad j := 0..n \qquad XI_{j,i} := \left(x_j\right)^i \qquad XI_{j,0} := 1$$

Вычисление коэффициентов a полинома из решения системы линейных уравнений:

$$a := XI^{-1} \cdot y \qquad k := n..0$$

Определение полинома P(x)

$$P(x) := \sum_k a_k \cdot x^k \qquad xi := -0.02, 0..1.2$$

Для этого вида интерполяции характерно, что график точно проходит через узловые точки.

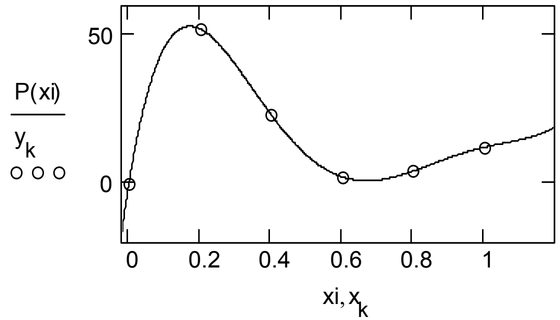


Рис.1.Пример глобальной полиномиальной интерполяции

Степень полинома на 1 меньше N, а вычисляемые при x значения y(x) совпадают с табличными (узловыми) в пределах вычислительной погрешности. В этом примере полезно присмотреться к визуализации результатов вычислений и совместному построению графика интерполирующего полинома и исходных точек.

Есть и более эффективные способы полиномиальной аппроксимации, и ряд удобных форм полинома, в частности форма, известная как формула интерполяции по Лагранжу. Ее удобство в том, что в ней фигурируют лишь координаты узловых точек функции (рис. 2).

$$xi := \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 5 \\ 2 \\ 10 \end{pmatrix} \quad yi := \begin{pmatrix} 10 \\ 42 \\ 35 \\ 4 \\ 95 \end{pmatrix}$$

Векторы xi и yi задают таблицу интерполируемой функции для последующей интерполяции методом Лагранжа с применением общей формулы интерполяции

$n := \text{length}(xi) - 1 \qquad i := 0..n \qquad j := 0..n$

Общая формула интерполяции Лагранжа

$$f(x) := \sum_i yi_i \cdot \prod_j \text{if}\left(i = j, 1, \frac{x - xi_j}{xi_i - xi_j}\right)$$

Примеры интерполяции и экстраполяции:

$f(-1) = 125.067 \qquad f(2) = 4 \qquad f(10.5) = 126.874$

$i := 0..n \qquad x := -1, -0.8..12$

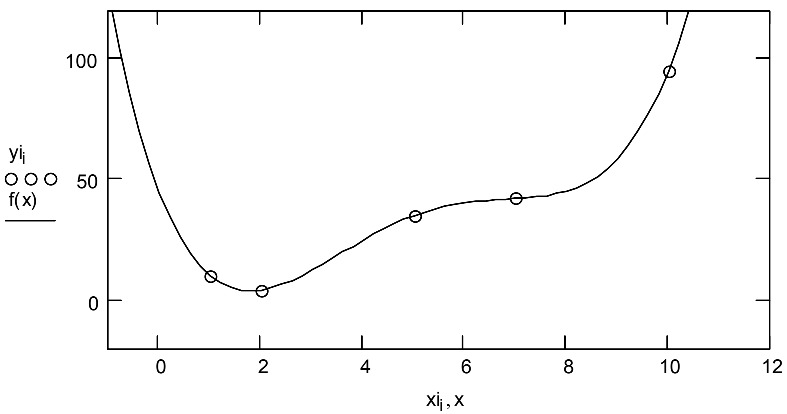


Рис. 2. Пример интерполяции по Лагранжу

В таблице узлы могут быть в произвольном порядке. Недостатками обобщенной формулы Лагранжа является ее сложность и отсутствие явного выражения для аппроксимирующего полинома. Тем не менее, это единая аппроксимирующая формула и в ряде случаев ее применение удобно и полезно, например, если число узловых точек приходится часто менять.

Сплайн-интерполяция и аппроксимация

Точность полиномиальной аппроксимации катастрофически падает при увеличении степени аппроксимирующих полиномов. От этого недостатка можно избавиться, используя для аппроксимации отрезки полиномов невысокой степени, применяемые для представления части узловых точек. Самым известным методом такой аппроксимации является сплайн-аппроксимация на основе применения отрезков кубических полиномов. При этом аппарат сплайн-аппроксимации позволяет получить полиномы, которые дают в узловых точках непрерывность не только представляемой ими функции, но и ее первых и даже вторых производных.

Наглядно сплайн-функцию можно представить в виде гибкой стальной линейки, закрепленной в узловых точках и плавно изгибающейся. Благодаря указанным свойствам сплайнов они неплохо описывают функции, представленные как небольшим числом узловых точек (благодаря плавности сплайн-кривых), так и функции, представляемые очень большим числом узловых точек (поскольку порядок полиномов от этого числа уже не зависит). Недостатком сплайн-аппроксимации является отсутствие общего выражения для всей кривой. Фактически приходится использовать набор сплайн-функций для различных интервалов между узловыми точками.

Технику сплайновой интерполяции поясняет рис. 3. На нем представлено задание векторов узловых точек X и Y и четырех сплайновых функций, по которым построены их графики. Для одной из функций (с линейной интерполяцией между узлами) показан вид сплайновой функции.

Вектор исходных данных-координат X и Y

$$data := \begin{pmatrix} 0.2 & 1.5 \\ 1.7 & 3.2 \\ 3 & 3.6 \\ 4 & 2.5 \\ 4.5 & 3.2 \\ 4.9 & 3.5 \end{pmatrix}$$

Линейная интерполяция

$data := csort(data, 0)$ $\quad X := data^{\langle 0 \rangle}$ $\quad Y := data^{\langle 1 \rangle}$

$fit(x) := linterp(X, Y, x)$ $\quad fit(2) = 3.292$ $\quad fit(7.71) = 5.607$

Сплайновая интерполяция:

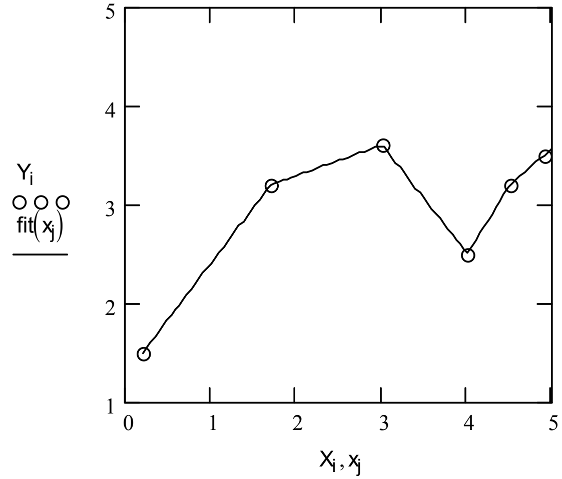
$S1 := lspline(X, Y)$ $\quad S2 := pspline(X, Y)$ $\quad S3 := cspline(X, Y)$

$f1(x) := interp(S1, X, Y, x)$ $\quad F2(x) := interp(S2, X, Y, x)$

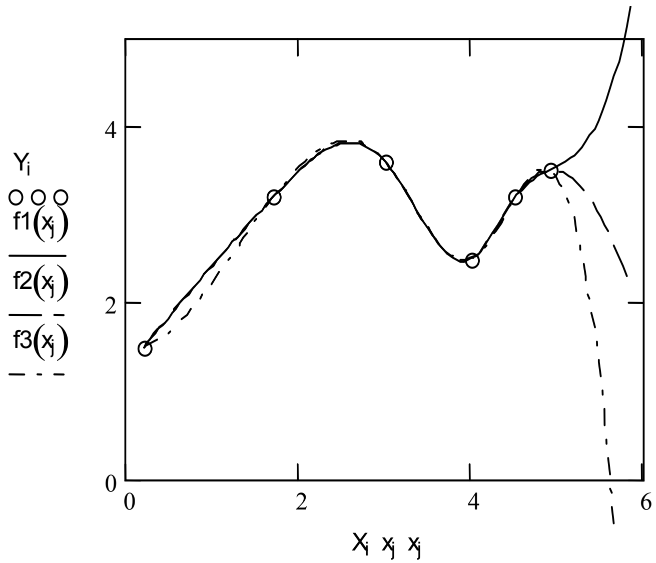
$f3(x) := interp(S3, X, Y, x)$

$scale := 100$ $\quad j := 0 .. scale + 20$ $\quad i := 0 .. length(X) - 1$

$$x_j := min(X) + j \cdot \frac{max(X) - min(X)}{scale}$$



а)



б)

Рис. 3. Сплайн-интерполяция

Как видно из рис. 3, сплайновая функция представляет собой кусочную функцию, определяемую на каждом отдельном интервале. При этом на каждом участке такая функция описывается отдельным полиномом соответствующей степени.

3. Домашнее задание

3.1. Ознакомиться с особенностями проведения интерполяции, экстраполяции и аппроксимации в системе Mathcad.

3.2. Провести линейную интерполяцию функции f(x) (по № варианта) на интервале [0..6], используя пять узлов интерполяции.

3.3. Вычислить значения интерполяционной функции для x1=1,111; x2=2,222; x3=3,333; x4=4,444; x5=6,666.

3.4. Составить листинг программы для реализации интерполяции данных первого примера (см.рис.1) с помощью полинома Ньютона.

3.5. Ознакомиться с особенностями проведения одномерной В-сплайновой интерполяции и экстраполяции [3].

4.Лабораторное задание

4.1. Решить задачу об интерполяции функции п.3.2 с помощью трех типов кубического сплайна.

4.2. Построить графики исходной и интерполяционных функций.

4.3. Сравнить результаты домашнего и лабораторного заданий.

4.4. Построить интерполяционный полином для функции f(x)=/x/ на интервале [-1;1], используя 9 точек. Выявить, как меняются результаты при увеличении числа узлов интерполяции.

4.5. Сделать выводы о точности различных видов интерполяции.

Контрольные вопросы

5.1. В чем разница дискретной и интегральной аппроксимации?

5.2. В чем разница локальной и глобальной интерполяции?

5.3. Назовите 3 вида кубических сплайнов.

5.4. В чем суть сплайновой интерполяции?

5.5. В каких случаях сплайновая интерполяция предпочтительней линейной?

5.6. Каково назначение функции cspline (VX,VY)?

5.7. Каково назначение функции pspline (VX,VY)?

5.8. Каково назначение функции lspline (VX,VY)?

5.9. Каково назначение функции interp (VS,VX,VY,x)?

5.10. Укажите области применения одномерной линейной интерполяции.

5.11. Укажите области применения одномерной сплайновой интерполяции.

5.12. Укажите области применения двухмерной линейной интерполяции.

5.13. Укажите области применения двухмерной сплайновой интерполяции.

Лабораторная работа №4

Регрессионный анализ

1. Цель работы

Овладеть способами реализации регрессии различного вида, наиболее часто применяемыми в задачах обработки данных.

2. Общие сведения

Под регрессионным анализом (или просто регрессией) обычно подразумевают нахождение некоторой формальной аналитической зависимости, которая приближенно (по критерию минимума среднеквадратической ошибки) аппроксимирует исходную зависимость [2,3]. Последняя чаще всего бывает представлена некоторым набором точек (например, полученных в результате эксперимента).

Реализация линейной регрессии общего вида

При этом виде регрессии заданная совокупность точек приближается к функции вида

F (x, K1,K2,…,Kn) = K1* F1(x) + K2 * F2(x) +… + Kn * Fn(x).

Таким образом, функция регрессии является линейной комбинацией функций F1(x), F2(x), …, Fn(x), причем сами эти функции могут быть нелинейными, что резко расширяет возможности такой аппроксимации и распространят ее на многие нелинейные функции. Для реализации линейной регрессии общего вида (ЛРОВ) используется функция Linfit (VX,VY,F), возвращающая вектор K коэффициентов ЛРОВ, при котором среднеквадратичная погрешность приближения «облака» исходных точек, координаты которых хранятся в векторах VX и VY, оказывается минимальной. Вектор F должен содержать функции F1(x), F2(x), …, Fn(x), записанные в символьном виде (рис.1).

$$VX := \begin{pmatrix} 1.1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 4.8 \end{pmatrix} \quad VY := \begin{pmatrix} 25 \\ 12 \\ 9.4 \\ 16.2 \\ 26 \end{pmatrix} \quad F(x) := \begin{pmatrix} \frac{1}{x} \\ x^2 \\ \exp(x) \end{pmatrix}$$

$$K := \mathrm{linfit}(VX, VY, F) \qquad g(t) := F(t)\cdot K$$

$$i := 0..4 \qquad r := 1, 1.25..5$$

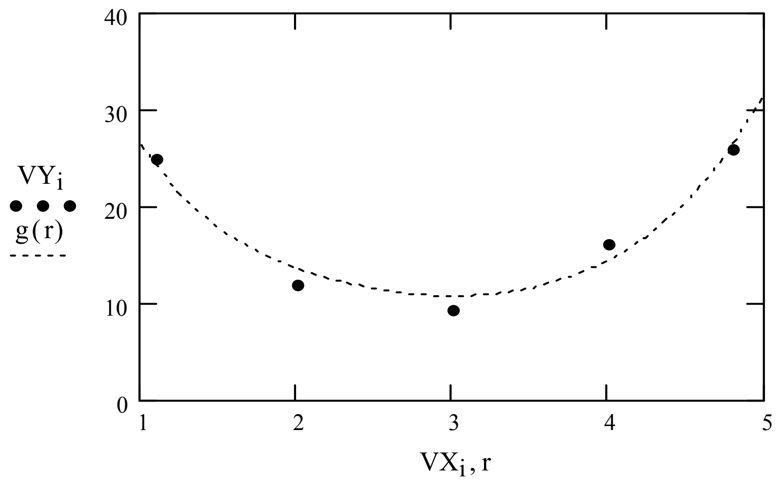


Рис.1. Пример проведения линейной регрессии общего вида

Коэффициенты функции регрессии

$$K = \begin{pmatrix} 26.064 \\ -0.284 \\ 0.228 \end{pmatrix}$$

Реализация одномерной полиномиальной регрессии

Для обеспечения полиномиальной регрессии при произвольной степени полинома вводится функция regress (VX, VY, n), которая возвращает вектор VS, запрашиваемый функцией interp (VS, VX, VY, x) и содержащий коэффициенты многочлена n-й степени, который наилучшим образом приближает «облако» точек с координатами, хранящимися в векторах VX и VY. Для вычисления коэффициентов полинома регрессии в данном случае используется функция submatrix (рис. 2).

$$\mathrm{data} := \begin{pmatrix} 1 & 0.8 \\ 2 & 3.5 \\ 3 & 8 \\ 4 & 15 \\ 5 & 19 \\ 6 & 15 \end{pmatrix}$$

Степень полинома $k := 3$

Создание векторов X и Y исходных данных

$X := \mathrm{data}^{\langle 0 \rangle} \quad Y := \mathrm{data}^{\langle 1 \rangle} \qquad n := \mathrm{rows}(\mathrm{data})$

$z := \mathrm{regress}(X, Y, k) \quad \mathrm{fit}(x) := \mathrm{interp}(z, X, Y, x)$

$i := 0 .. n - 1 \qquad \mathrm{coeffs} := \mathrm{submatrix}(z, 3, \mathrm{length}(z) - 1, 0, 0)$

$j := 0 .. 49 \qquad (\mathrm{coeffs})^T = (7.133 \quad -11.231 \quad 5.734 \quad -0.606)$

$$tx_j := \min(X) + j \cdot \frac{\max(X) - \min(X)}{50}$$

$$R2: \frac{\sum \overrightarrow{(\mathrm{fit}(X) - \mathrm{mean}(Y))^2}}{\sum \overrightarrow{(Y - \mathrm{mean}(Y))^2}} = 0.995$$

График полинома и исходные точки

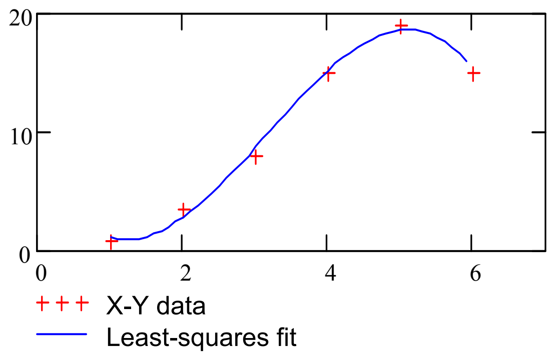


Рис.2. Полиномиальная регрессия

На практике не рекомендуется делать степень аппроксимирующего полинома выше 4-6, поскольку погрешности реализации регрессии сильно возрастают. Функция regress создает единственный приближающий полином, коэффициенты которого вычисляются по всей совокупности заданных точек.

Регрессия отрезками полинома второй степени

Иногда, например, для фильтрации сигналов, полезна другая функция полиномиальной регрессии, дающая локальные приближения отрезками полиномов второй степени loess (VX, VY, span), которая возвращает вектор VS, используемый функцией interp (VS, VX, VY, x) для наилучшего приближения данных векторов VX и VY отрезками полиномов второй степени. Аргумент span>0 указывает размер локальной области приближаемых данных (рекомендуемое начальное значение – 0,75). Чем больше span, тем сильнее сказывается сглаживание данных. При больших значениях span эта функция приближается к функции regress (VX, VY, 2). Пример приближения сложной функции со случайным разбросом ее значений с помощью совокупности отрезков полиномов второй степени для двух значений параметра span показан на рис. 3.

$i := 1 .. 199 \quad VX_i := i$

$$VY_i := \operatorname{atan}\left(\frac{i}{5}\right)\cdot\left(1 - \exp\left(\frac{-i}{10}\right) + 0.5\cdot \operatorname{rnd}(1)\right)$$

$span1 := 0.05 \qquad span2 := 0.5$

$VS1 := \operatorname{loess}(VX, VY, span1) \quad VS2 := \operatorname{loess}(VX, VY, span2)$

$F1(x) := \operatorname{interp}(VS1, VX, VY, x)$

$F2(x) := \operatorname{interp}(VS2, VX, VY, x)$

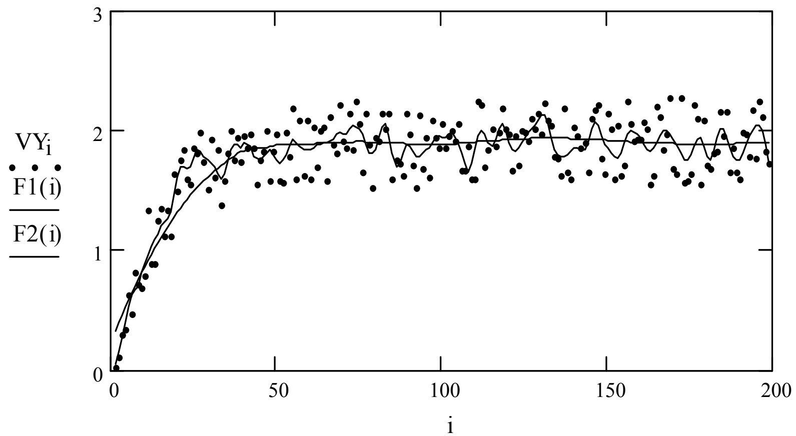


Рис. 3. Пример регрессии отрезками полиномов второй степени

Из рис. 3 видно, что при значении span = 0.05 отслеживаются характерные случайные колебания значений функции, тогда как уже при span = 0.5 кривая регрессии становится практически гладкой. Недостатком данного вида регрессии является отсутствие простого описания аппроксимирующей функции в виде отрезков полиномов.

Проведение нелинейной регрессии общего вида

Под нелинейной регрессией общего вида (НРОВ) подразумевается нахождение вектора К параметров произвольной функции F (x,K1,K2,…,Kn), при котором обеспечивается минимальная среднеквадратичная погрешность приближения «облака» исходных точек.

Для проведения НРОВ используется функция genfit (VX, VY, VS, F), которая возвращает вектор К параметров функции F, дающий минимальную среднеквадратичную погрешность приближения функцией F (x, K1,K2,…,Kn) исходных данных. Вектор F должен быть вектором с символьными элементами, содержащими аналитические выражения для исходной функции и ее производных, по всем параметрам. Вектор VS должен содержать начальные значения элементов вектора К, необходимые для решения системы нелинейных уравнений регрессии итерационным методом (рис. 4).

$$ORIGIN := 1 \qquad F(x,a,b) := a\cdot \exp(-b\cdot x) + a\cdot b$$

$$\frac{d}{da}F(x,a,b) \rightarrow \exp(-b\cdot x) + b \qquad \frac{d}{db}F(x,a,b) \rightarrow -a\cdot x\cdot \exp(-b\cdot x) + a$$

$$F1(x,k) := \begin{pmatrix} k_1\cdot \exp(-k_2\cdot x) + k_1\cdot k_2 \\ \exp(-k_2\cdot x) + k_2 \\ -k_1\cdot x\cdot \exp(-k_2\cdot x) + k_1 \end{pmatrix} \qquad VX := \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.5 \\ 1 \\ 1.5 \\ 2 \\ 2.9 \end{pmatrix} \qquad VY := \begin{pmatrix} 1.9 \\ 1.6065 \\ 1.34 \\ 1.22 \\ 1.1353 \\ 1.05 \end{pmatrix}$$

$$VS := \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad P := genfit(VX, VY, VS, F1) \qquad G(x) := F1(x,P)_1$$

$$i := 1..6 \qquad x := 0, 0.1 .. 3$$

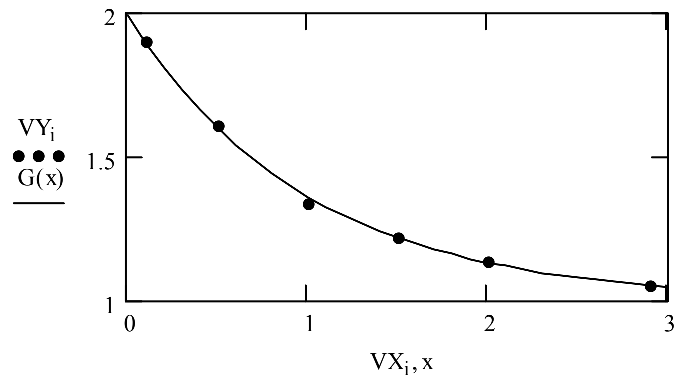


Рис. 4. Пример выполнения нелинейной регрессии общего вида с помощью функции F(x,a,b)

Вектор P возвращает значения $a=k_1$ и $b=k_2$ для наилучшего среднеквадратического приближения F(x,a,b).

Вычисление значений производных по переменным a и b проведены средствами символьных операций (первая строка документа рис. 4). Замены параметра a на $к_1$, а параметра b на $к_2$ связаны с необходимостью применения функции genfit в ее стандартном виде.

3. Домашнее задание

3.1. Ознакомиться с особенностями проведения линейной регрессии, ЛРОВ, полиномиальной регрессии, регрессии отрезками полинома второй степени, НРОВ и регрессиями частного вида (sinfit, expfit, logfit, lgsfit, medfit, pwrfit).
3.2. Для данных рис. 2 провести линейную регрессию.
3.3. Выполнить синусоидальную регрессию для вектора данных Y(x)=sin(x)-N/10 + rnd(N/5), где N-номер варианта, а x=0…50.
3.4. Найти коэффициенты корреляции между исходными данными и аппроксимирующими функциями в пп. 3.2 и 3.3.
3.5. Ознакомиться с возможностями проведения многомерной регрессии.

4.Лабораторное задание

4.1. Для данных примера 3 провести регрессии следующих видов:
-полиномиальную (2-й и 3-й степени);
-регрессию отрезками полиномов;

-регрессию логарифмической функцией logfit(x,y,q);
-регрессию логистической функцией lgsfit(x,y,q).
4.2. Дополнить пример 4 регрессией специального вида с помощью функции expfit(x,y,q).
4.3. Построить графики исходных и аппроксимирующих данных и провести сравнительный анализ с помощью коэффициента корреляции Пирсона.
4.4. Сделать выводы об эффективности различных видов регрессии.

Контрольные вопросы

1. В чем суть метода наименьших квадратов?
2. По каким критериям можно оценить точность аппроксимации?
3. Укажите последовательность проведения и область применения линейной регрессии для аппроксимации экспериментальных данных.
4. Укажите последовательность проведения и область применения линейной регрессии общего вида.
5. Укажите последовательность проведения и область применения аппроксимации экспериментальных данных полиномами.
6. Укажите последовательность проведения и область применения регрессии отрезками полинома второй степени.
7. Каково назначение функции intercept (VX,VY)?
8. Каково назначение функции slope (VX,VY)?
9. Каково назначение функции linfit (VX,VY,F)?
10. Каково назначение функции genfit (VX,VY,VS,F)?

Лабораторная работа №5

Создание, моделирование и представление сигналов

1. Цель работы

Овладеть способами формирования радиотехнических сигналов для ознакомления в дальнейшем с методами обработки сигналов и расчета радиоэлектронных устройств с помощью систем компьютерной математики [3,4].

2. Общие сведения

Передача сообщений осуществляется с помощью сигналов той или иной природы, например электрических или световых. Сигналы могут быть *аналоговыми* (непрерывными) и *дискретными*, т.е. представляемыми дискретными уровнями. Сигналы, мгновенные значения которых представлены числами, принято называть *цифровыми сигналами*. Аналоговые сигналы характеризуются плавным и непрерывным изменением их параметров.

Моделирование ступени и прямоугольного импульса

Простейшим дискретным сигналом является ступенька. Ступенька с единичной амплитудой в момент $t = 0$ в Mathcad создается функцией Хевисайда (рис. 1). Для перемещения времени появления ступеньки на время t_0 достаточно записать аргумент функции Хевисайда как (t - t_0). На рис.1 $t_0 = 5$. Там же показана возможность создания прямоугольного импульса как разности двух функций Хевисайда.

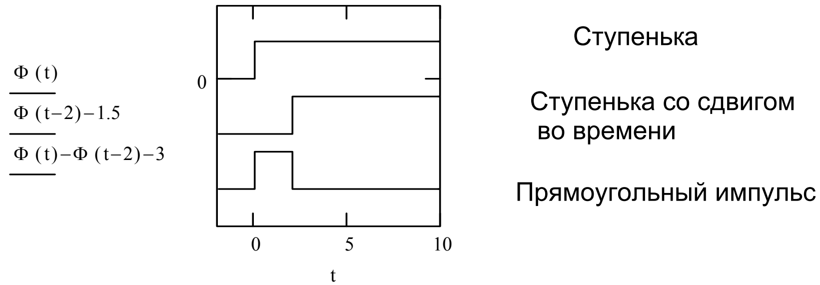


Рис. 1. Формирование сигналов с помощью функции Хевисайда

Синусоидальный сигнал и его преобразования

Наиболее распространенным непрерывным стационарным сигналом является синусоидальный или гармонический электрический сигнал:

$$u(t) = Um*\sin(wt + \varphi),$$

где Um – амплитуда синусоидального сигнала, w – круговая частота и φ – фаза. Временная зависимость синусоидального сигнала и некоторых его преобразований представлены на рис.2.

$f(x) := \sin(x)$ Синусоидальный сигнал

$y(x) := \mathrm{if}(f(x) \geq 0, f(x), 0)$ Сигнал однополупериодного выпрямления

$z(x) := \mathrm{if}(f(x) \geq 0, f(x), -f(x))$ Сигнал двухполупериодного выпрямления

$x := 0, .1 .. 16$

Графики функций:

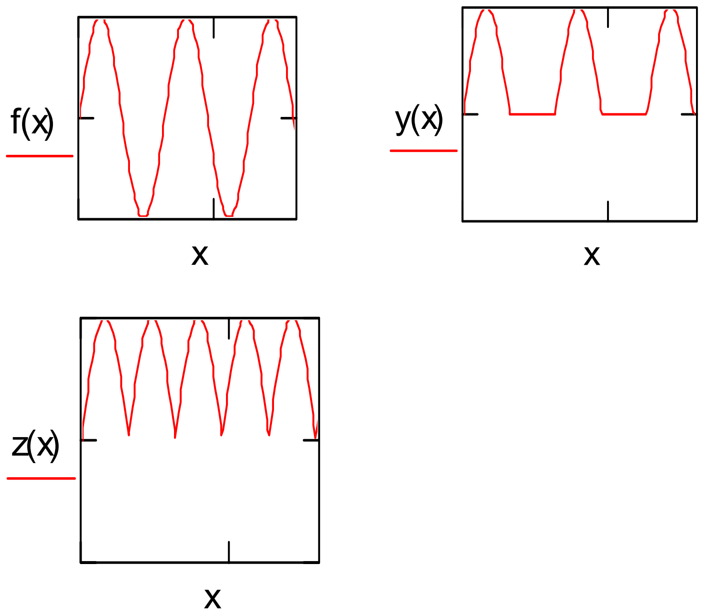


Рис. 2. Синусоидальный сигнал и его преобразования с помощью функции if

Модуляция синусоидальных сигналов

Если имеет место изменение во времени амплитуды сигнала Um(t), то сигнал называется амплитудно-модулированным. Синусоидальный сигнал может модулироваться еще и по частоте, и по фазе (частотная и фазовая модуляция соответственно). Примеры модулированных колебаний приведены на рис. 3.

$\omega := 5 \qquad m := 0.3 \qquad \Omega := 1 \qquad t := -10, -9.99 .. 10$

$ua(t) := um(t)\cdot\sin(\omega\cdot t) \qquad um(t) := (1 + m\cdot\sin(\Omega\cdot t))$

$uf(t) := \sin(um(t)\cdot\omega\cdot t) \qquad up(t) := \sin(\omega\cdot t + 2\pi\cdot um(t))$

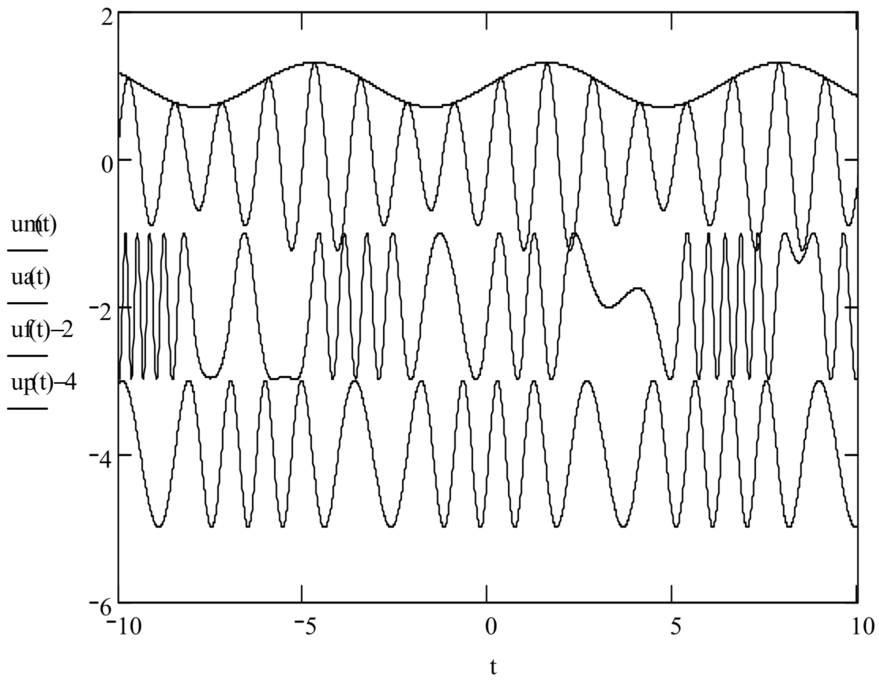


Рис. 3. Виды модуляции синусоидального сигнала (сверху вниз: огибающая, амплитудная модуляция, частотная модуляция, фазовая модуляция)

В примере частотной модуляции виден эффект перемодуляции – заметное отклонение формы сигнала от синусоидальной.

Примеры формирование сигналов с помощью программных модулей

На рис. 4 сформирован симметричный прямоугольный импульс – меандр:

$$f(t) := \begin{cases} 1 \ \text{if} \ -1 \le t \le 0 \\ -1 \ \text{if} \ 0 \le t \le 1 \end{cases} \qquad t := -1, -.999 .. 1$$

На рис. 5 сформирована последовательность симметричных прямоугольных импульсов, полученных из синусоидального колебания:

$$m(t) := \text{if}(\sin(t) \ge 0, 1, -1)$$

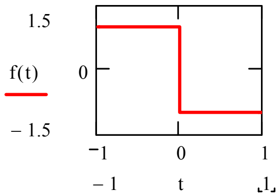


Рис. 4

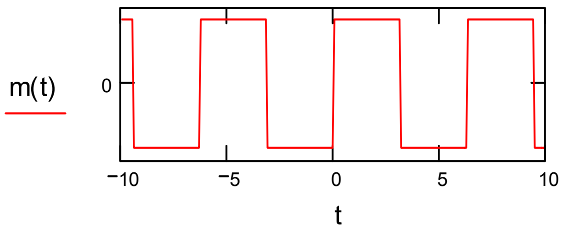


Рис. 5

3.Домашнее задание

3.1. Ознакомиться с особенностями синтеза сигналов в системе Mathcad.

3.2. Составить программу для синтеза радиоимпульса, представляющего собой 3 периода синусоидальных колебаний на интервале {-0.5…0.5} при единичном полупериоде колебаний.

3.3. Ознакомиться с методом синтеза колебаний по коэффициентам Берга [3,4].

3.4. Ознакомиться с методами генерации случайных сигналов [3].

4. Лабораторное задание

4.1. Сформировать короткий прямоугольный импульс со скважностью (отношением периода к длительности импульса) 3, 4, 5, 6 (в соответствии с № варианта).

4.2. Синтезировать радиоимпульс по программе пункта 3.2.

4.3. Построить амплитудно-модулированное колебание для коэффициентов модуляции 0.3, 0.4, 0.5, 0.6 (в соответствии с № варианта).

4.4. Сформировать аддитивную смесь сигнала п.4.2 с «белым шумом» с применением программы rnd(0.5).

4.5. Создать сигналы комбинацией элементарных функций: tan(cos(t)); asin(sin(t)); atan(tan(1/2)); csch(sec(t)) и отобразить их на одном графике в интервале $-10 \le t \le 10$.

4.6. Сделать выводы об эффективности различных видов синтеза сигналов.

Контрольные вопросы

1. В чем отличие аналоговых и дискретных сигналов?
2. Укажите два способа формирования сигнала, характерного для двухполупериодного выпрямления.
3. Укажите последовательность проведения синтеза сигналов с помощью функции if.
4. Укажите последовательность проведения синтеза модулированных синусоидальных сигналов.
5. Прокомментируйте выполнение пунктов 4.1–4.5 лабораторного задания.
6. Как расположены отсчеты функции rnd(2) относительно оси абсцисс?

Библиографический список

1. Информатика: Базовый курс/С.В.Симонович и др. – Спб.: Питер, 2004. – 640 с.
2. Очков В.Ф. Mathcad 12 для студентов и инженеров. – СПб.: БХВ – Петербург, 2005. – 464 с.
3. Дьяконов В.П. Энциклопедия Mathcad 2001i и Mathcad 11. – М СОЛОН – Пресс, 2004. – 832 с.
4. Каганов В.И. Радиотехника + компьютер + Mathcad. – М.: Горячая линия – Телеком, 2001. – 416 с.

Лучинин Алексей Витальевич
Кравец Андрей Владимирович

Лабораторный практикум
по курсу
Прикладная информатика

Ответственный за выпуск Кравец А.В.
Редактор Селезнева Н.И.
Корректор Селезнева Н.И.

ЛР № 020565 от 23 июня 1997г.
Подписано к печати
Формат 60Х84 1/16 . Бумага офсетная. Офсетная печать.
Усл. п.л. – 2,9 Уч. - изд. л. – 2,7.
Заказ № Тир. 100 экз.
«С»

Издательство Таганрогского государственного
радиотехнического университета
ГСП 17 А, Таганрог, 28, Некрасовский, 44
Типография Таганрогского государственного
радиотехнического университета
ГСП 17 А, Таганрог, 28, Энгельса, 1